

Simulation eines Raketenstarts

Fluxion Projektinfo

1 Physikalischer Hintergrund

Im Folgenden wird der Start einer Rakete (bis der Treibstoff leer ist) simuliert. Um die Newton Maschinerie (d.h. die Berechnung des Ortes aus der Kraft) anwerfen zu können, müssen wir zunächst die wirkenden Kräfte betrachten.

Das physikalisch Interessante an einem Raketenstart ist, dass es sich bei einer Rakete um ein Objekt mit einer sich zeitlich ändernden Masse handelt, d.h. das allgemein bekannte 2. Newtonsche Gesetz vereinfacht sich einmal nicht zu:

$$F = m \cdot a \quad (1)$$

Denn allgemein gilt:

$$F = \dot{p} = m \cdot a + \dot{m} \cdot v \quad (2)$$

Nun wirken insgesamt zwei Kräfte auf die Rakete. Natürlich einmal die Gewichtskraft:

$$F_g = -m \cdot \hat{g} \quad (3)$$

und die Schubkraft, welche als

$$F_s = \Delta m T \cdot u \quad (4)$$

gegeben ist, d.h. als negative Impulsänderung des ausgestoßenen Treibstoffs (u ist Ausstoßgeschwindigkeit des Treibstoffs relativ zur Rakete). Die Gesamtkraft ist dann als Summe der beiden Kräfte gegeben.

Wie anfangs bereits erwähnt muss bei einem Raketenstart noch beachtet werden, dass die Masse der Rakete veränderlich ist (es wird ja ständig Treibstoff ausgestoßen). Dieser Tatsache tragen wir mit folgender Gleichung Rechnung:

$$mT' = -\Delta m T \quad (5)$$

Wobei $\Delta m T$ der Treibstoffdurchsatz der Rakete ist, d.h. dmT/dt .

2 Simulation

In der Simulation wird zusätzlich zu den oben beschriebenen Beziehungen die Gesamtmasse der Rakete berechnet. Außerdem werden variable Parameter für die Masse der Rakete m_R , die Masse des Anfangstreibstoff m_{T_0} , den Treibstoffdurchsatz $\Delta m T$ und die Ausstoßgeschwindigkeit u eingeführt. Als Abbruchbedingung wird $m_T < 0$ gesetzt, d.h. die Simulation endet, wenn der Tank leer ist.

Um dafür zu sorgen, dass die Masse des verbleibenden Treibstoffs nicht negativ wird (auch dann nicht, wenn etwa eine andere Abbruchbedingung gewählt wird) verwenden wir eine bedingte variable m_{TH} , welche gleich der aktuellen Treibstoffmenge ist, sofern diese größer null ist, sonst gleich null.

Da ein analoges Problem mit der Schubkraft auftritt (es wird unabhängig von der noch verbleiben - bzw. der schon negativen Menge an verbleibendem Treibstoff immer eine konstante Schubkraft geben) verwenden wir eine zweite bedingte Variable. Die Schubkraft F_{sH} ist gleich der echten Schubkraft F_s , sofern die verbleibende Masse größer null ist, sonst gleich null.

Die Plots zeigen in den Standardeinstellungen nun die Höhe h der Rake und die Menge an verbleibendem Treibstoff m_{TH} in Abhängigkeit von der Zeit.

Wird die Abbruchbedingung $m_T < 0$ weggelassen, so kann man der Rakete auch beim "Absturz" zusehen ;)