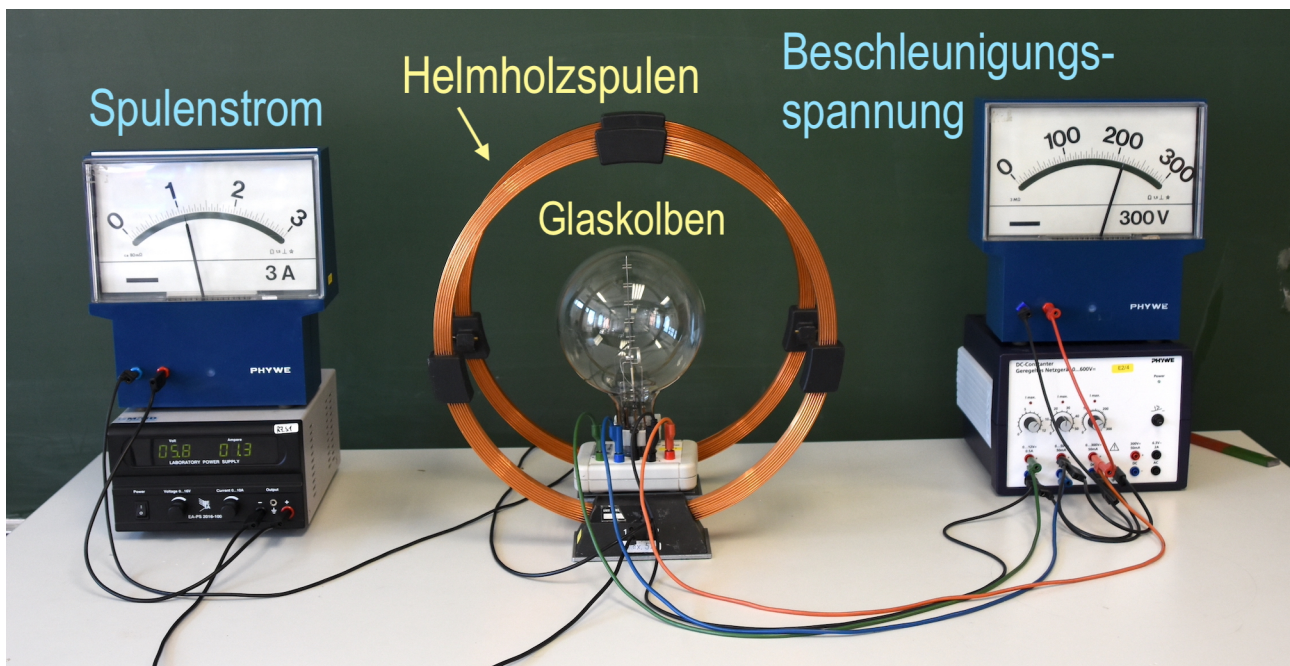


Fadenstrahlrohr

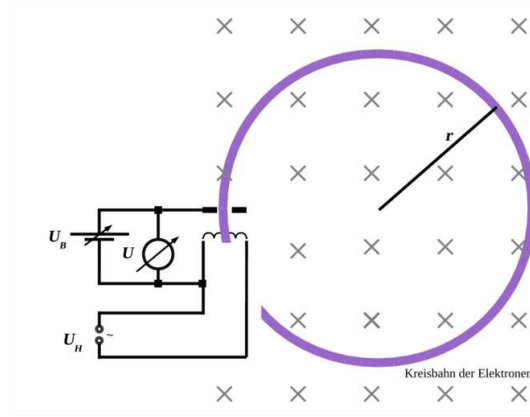
Fluxion Projektinfo

1 Hintergrund

Unter dem Begriff Fadenstrahlrohr versteht man eine Versuchsanordnung, indem ein Elektronenstrahl in einem mit einem stark verdünnten Gas mit Hilfe eines Magnetfelds abgelenkt wird. Bei senkrechter Anordnung ergibt sich eine Kreisbahn. Das Magnetfeld wird zumeist durch ein Helmholtzspulenpaar realisiert, wie im folgenden Foto zu erkennen ist.



Der Elektronenstrahl wird über einen geheizten Draht und eine Beschleunigungsspannung U_B erzeugt. Dies ist in der folgenden Schemazeichnung dargestellt.



2 Modellierung

Das Elektron wird als punktförmiger Körper mit der Elektronenmasse me angesehen. Die Bahn eines Elektrons wird durch die Newtonsche Bewegungsgleichung mit der Lorentzkraft als beschleunigenden Kraft beschrieben. Um alle möglichen Bahnen modellieren zu können wird die so genannte *Newton-Maschine* in 3 Dimensionen formuliert. Also

$$\vec{r}' = [v_1|v_2|v_3]; \vec{v}' = [a_1|a_2|a_3]; \vec{a} = \vec{F}/me$$

Die Lorentzkraft ist

$$\vec{F} = -q_e \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Hinweis:

In den Definitionsfeldern des Programms können die Vektorpfeile nicht angezeigt werden - ob ein Bezeichner einen Vektor darstellt, ergibt sich dort also aus dem Kontext. In dieser Beschreibung werden die Vektorpfeile der Übersicht halber dargestellt.

Das konstante Magnetfeld soll der Einfachheit halber in einer Koordinatenrichtung liegen. Hier wird die z bzw. r_3 -Richtung gewählt. Da laut Skizze das Magnetfeld in die Zeichenebene hinein verläuft, die r_3 -Richtung jedoch aus ihr herausläuft, muss das Vorzeichen noch angepasst werden. Demzufolge lautet die Angabe für das Magnetfeld:

$$\vec{B} = [0|0|-B_z].$$

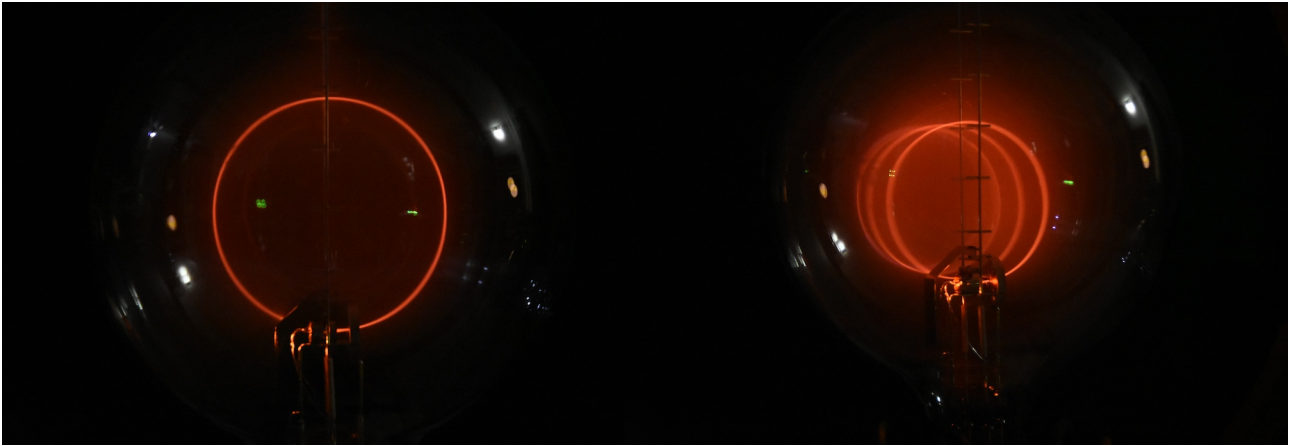
Der Koordinatenursprung wird in den Auslass der Elektronenkanone gelegt (daher $\vec{r}(t_0) = [0|0|0]$). Die r_2 -Richtung gibt die Richtung des Elektrons zum Startzeitpunkt an (bei Winkel $\alpha = 0$ s.u.).

Für die Angabe von $v(t_0)$ benötigt man noch die Geschwindigkeit des Elektrons nach der Beschleunigung durch das elektrische Feld v_0 . Diese erhält man aus dem Energieerhaltungssatz. Man setzt hierzu Energie, die das Elektron durch die angelegte Beschleunigungsspannung U_B erhält ($E = q_e \cdot U_B$), in die kinetische Energie $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$ ein und erhält die Geschwindigkeit des Elektrons v_0 durch Auflösen der entstandenen Gleichung:

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot q_e \cdot U_B / me}.$$

Um eine mögliche Verkipfung des Elektroneneintritts in der r_2 - r_3 -Ebene berücksichtigen zu können wird der Winkel α eingeführt. Die Startwerteangabe für den Geschwindigkeitsvektor lautet damit $\vec{v}(t_0) = [0|v_0 \cdot \cos(\alpha)|v_0 \cdot \sin(\alpha)]$.

3 Ergebnis & Variationen



Es ergibt sich eine Kreisbahn in der r_1 - r_2 -Ebene (s. linkes Foto), da die Lorentzkraft immer senkrecht zur aktuellen Flugrichtung wirkt (wg. Kreuzprodukt). Die Größen U_B und B_z bestimmen den Durchmesser der Kreisbahn.

Variiert man die Einschussrichtung über den Winkel α so, dass die Anfangsgeschwindigkeit zusätzlich eine z -Komponente bekommt, ergibt sich eine Spiralbahn (s. rechtes Foto). Dies kann durch Variation des Schiebereglers für den Winkel α besonders gut in der 3D-Darstellung beobachtet werden.

Um die Abhängigkeit des Magnetfeld vom Spulenstrom I (s. erstes Foto) einfließen zu lassen, kann man die folgende Formel für den Betrag des Magnetfelds im Inneren eines Helmholtz-Spulenpaars in das Modell einfügen:

$$B_z = \mu_0 \frac{8 \cdot N}{\sqrt{125} \cdot R} \cdot I$$