

Schiefer Wurf mit Luftreibung

Newton II Projektinfo

1 Physikalischer Hintergrund

Um den Flug eines Körpers mit Luftreibung berechnen zu können benötigen wir die wirkenden Kräfte. Denn dann können wir mit dem zweiten Newtonschen Gesetz die wirkende Beschleunigung berechnen, damit schrittweise die Geschwindigkeit und schlussendlich auch auf die Flugbahn rückschließen.

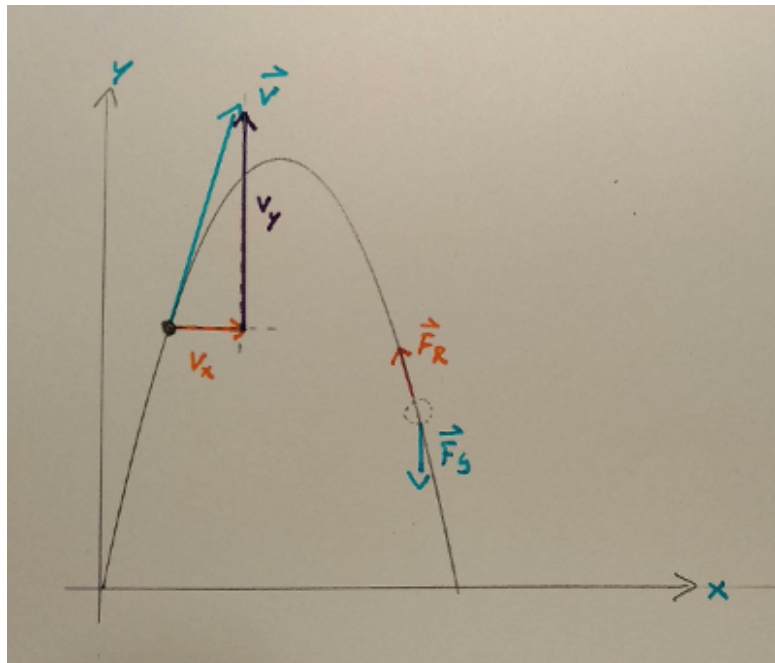


Abb. 1: Flugbahn.

Auf einen Körper mit der Geschwindigkeit v und Querschnittsfläche A wirkt die Luftreibung. Diese beschreibt man gerne mit der Newton Reibung:

$$F_r = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \quad (1)$$

Die hierbei noch unbekannten Größen sind c_w , der sogenannte Widerstandsbeiwert, welcher von der Form des Körpers abhängt (Windschnittigkeit) und ρ , die Dichte des Mediums (in diesem Fall Luft).

Die zweite Kraft auf den Körper ist natürlich die Gewichtskraft:

$$F_g = -m \cdot g \quad (2)$$

Das „-“ kommt daher, dass die Kraft nach unten wirkt, m ist die Masse des Körpers und g die Fallbeschleunigung.

Nun müssen wir die Geschwindigkeit noch in eine x- und y-Komponente zerlegen, damit wir später in der Simulation damit arbeiten können. Der Einheitsvektor der Geschwindigkeit (=Richtung der Geschwindigkeit) ist gegeben durch die Komponenten v_x/v und v_y/v (siehe Skizze). Wir teilen durch v , weil wir nur die Richtung herausfinden wollen. Der Gesamtbetrag der Geschwindigkeit v ist gegeben durch:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (3)$$

Beachten wir nun, dass die Gewichtskraft nur in y-Richtung wirkt, wohingegen die Luftreibung entgegen der Geschwindigkeitsrichtung wirkt. d.h. die Luftreibung hat sowohl eine x- als auch eine y-Komponente.

2 Simulation

Wie wir bereits weiter oben erwähnt müssen wir die Kräfte in eine x- und y-Komponente zerlegen. Dann erhalten wir aus dem zweiten Newtonschen Gesetz die jeweilige Beschleunigung in x- bzw. y-Richtung. Die Gewichtskraft wirkt nur in F_y Richtung. Die Reibungskraft $F_{r,ges}$ muss allerdings in einen x- und y-Teil zerlegt werden (siehe Skizze). Dies geschieht mit folgenden Gleichungen:

$$F_{r,x} = -F_{r,ges} \cdot \frac{v_x}{v} \quad (4)$$

und

$$F_{r,y} = -F_{r,ges} \cdot \frac{v_y}{v} \quad (5)$$

Das „-“ benötigen wir an dieser Stelle wieder, da die Kraft entgegen der aktuellen Geschwindigkeitsrichtung wirkt. Die vielen Faktoren bei der Reibungskraft modellieren wir durch einen einzigen Parameter c , welcher vom Nutzer angepasst werden kann. Ebenso lassen sich ein Anfangswinkel α und der Betrag der Anfangsgeschwindigkeit v_0 einstellen. Mit den Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck können wir die Anfangsgeschwindigkeit in eine x- und y-Komponente zerlegen, wie sie für die Simulation benötigt werden:

$$v_{x,0} = \cos\left(\frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi\right) \cdot v_0 \quad (6)$$

bzw.

$$v_{y,0} = \sin\left(\frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi\right) \cdot v_0 \quad (7)$$

Da Newton II im Bogenmaß arbeitet muss der Winkel α noch aus dem Gradmaß umgerechnet werden. Die allgemeine Beziehung zwischen beiden Winkelmaßen ist gegeben durch:

$$\frac{\alpha_{grad}}{360^\circ} = \frac{\phi_{bogen}}{2\pi} \quad (8)$$

Tipp: Während man verschiedene Anfangswinkel ausprobiert sollte man die automatische Achsenskalierung ausschalten (Haken „auto“), da sonst der Eindruck entstehen könnte, dass sich nichts ändert.